Wahlteil 2014 – Analysis A 1

Aufgabe A 1.1

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 10x \cdot e^{-0,5x}$. Ihr Graph ist K.

c) Auf der x-Achse gibt es Intervalle der Länge 3, auf denen die Funktion den Mittelwert 2,2 besitzt.
Bestimmen Sie die Grenzen eines solchen Intervalls.

(3 VP)

Wahlteil 2014 – Analysis A 1

c) Intervallgrenzen

Die Mittelwertsformel lautet $m = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$, in unserem Fall also:

$2{,}2 = \frac{1}{3}\int_x^{x+3} f(t)dt.$

Beachte, dass das Intervall bei einem noch unbekannten Wert x beginnt, 3 Einheiten lang ist und somit bei $x + 3$ endet.

Um die Lösung mit dem GTR zu bestimmen, geben Sie bei Y_1 den Funktionsterm von $f(x)$ ein.

Bei Y_2 geben Sie den Ausdruck fnInt(Y_1,X,X,X+3)/3 und bei Y_3 den Wert 2,2 ein.

Lassen Sie sich die Graphen von Y_2 und Y_3 zeichnen z.B. im x-Intervall $[-8; 8]$ und im y-Intervall $[-10{,}10]$.

$f(x) = 10x \cdot e^{-0,5x}$

Wahlteil 2014 – Analysis A 1

Mit 2ND CALC intersect bestimmen Sie die beiden Schnittpunkte der Graphen bei $x_1 = -0{,}86$ und $x_2 = 5{,}5$. Dies sind die beiden möglichen Startpunkte der gesuchten Intervalle (in der Aufgabe war nur ein Intervall gefragt).

Ergebnis: $I_1 = [-0{,}86; 2{,}14]$ und $I_2 = [5{,}5; 8{,}5]$ sind die einzigen Intervalle der Länge 3, auf denen $f(x)$ den Mittelwert 2,2 besitzt.

Wahlteil 2008 – Analysis I 3

Aufgabe I 3.1

Ein Behälter hat ein Fassungsvermögen von 1200 Liter. Die enthaltene Flüssigkeitsmenge zum Zeitpunkt t wird beschrieben durch die Funktion f mit

$$f(t) = 1000 - 800 \cdot e^{-0,01t}; t \geq 0$$ (t in Minuten, $f(t)$ in Liter)

a) … Bestimmen Sie die mittlere Flüssigkeitsmenge während der ersten Stunde.

Lösung: $\underline{m} = \frac{1}{60} \int_0^{60} (1000 - 800 \cdot e^{-0,01t}) dt = \underline{398,4}$